## ΘΕΜΑ Α

**Α1** γ

**Α2** β

**Α3** γ

**Α4** γ

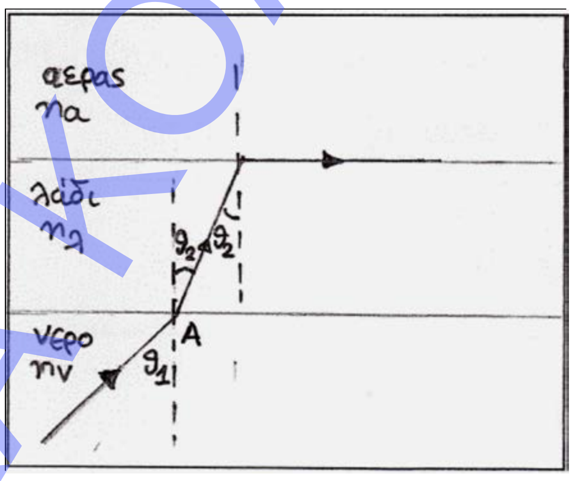
**Α5** Σ,Σ,Λ,Λ,Σ

## ΘΕΜΑ Β

**Β1. σωστό το γ**

Η κρίσιμη γωνία για πρόσπτωση από το νερό στον αέρα είναι:

ημθcrit$_1$ = $\frac{n_\alpha}{n_\nu}$ (1) όπου θcrit$_1$ = θ$_1$ (2)




Η κρίσιμη γωνία για πρόσπτωση από το λάδι στον αέρα είναι:

ημθcrit$_2$ = $\frac{n_\alpha}{n_\lambda}$ (3)

Από τον νόμο snell στο Α ισχύει:

$n_\nu$ ημθ$_1$=$n_\lambda$ ημθ$_2$ (4)

από (1) και (2) η (4) γίνεται : $n_\nu \frac{n_\alpha}{n_\nu} = n_\lambda$ ημθ$_2$ ή ημθ$_2$ = $\frac{n_\alpha}{n_\lambda}$

και λόγω της (3) ημθ$_2$ = ημθcrit$_2$ ή $\boxed{\theta_2 = \theta crit_2}$

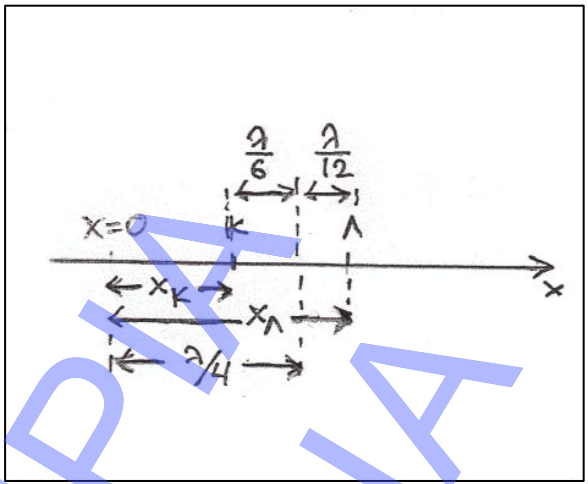
άρα θα κινηθεί παράλληλα προς τη διαχωριστική επιφάνεια λαδιού-αέρα.

**Β2. σωστό το α.**

Η απόσταση του πρώτου δεσμού από την κοιλία στη θέση χ=0 είναι λ/4

Η θέση του Κ είναι $\chi_K$ = λ/4 – λ/6 = λ/12

Η θέση του Λ είναι $\chi_\Lambda = \lambda/4 + \lambda/12 = \lambda/3$



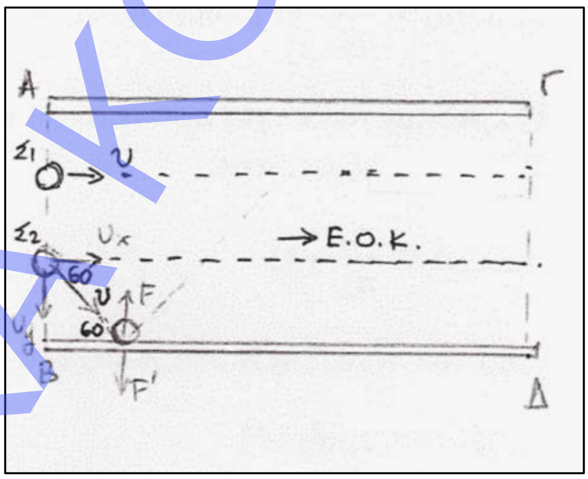

$$\frac{\upsilon_K}{\upsilon_\Lambda} = \frac{\omega A'_K}{\omega A'_\Lambda} = \frac{2A|\sigma\upsilon\nu 2\pi \frac{\chi_K}{\lambda}|}{2A|\sigma\upsilon\nu 2\pi \frac{\chi_\Lambda}{\lambda}|} =$$

$$\frac{|\sigma\upsilon\nu 2\pi \frac{\lambda/12}{\lambda}|}{|\sigma\upsilon\nu 2\pi \frac{\lambda/3}{\lambda}|} = \frac{|\sigma\upsilon\nu \pi/6|}{|\sigma\upsilon\nu 2\pi/3|} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$$

**Β3. σωστό το α**

Λόγω της ελαστικής κρούσης του $\Sigma_2$ με τα τοιχώματα που θεωρούνται σώματα που μεγάλης μάζας η ταχύτητα υ παραμένει κατά μετρό σταθερή και η γωνία πρόσπτωσης είναι ιση με την γωνία ανάκλασης.

Σε κάθε κρούση , στον άξονα χ η $\Sigma_2$ δε δέχεται δύναμη αλληλεπίδρασης άρα η συνιστώσα $\upsilon_\chi$ της ταχύτητάς του παραμένει σταθερή και στον άξονα αυτό το σώμα εκτελεί ΕΟΚ.




όπου $\upsilon_\chi = \upsilon\ \sigma\upsilon\nu\ 60 = \upsilon/2$

έτσι $B\Delta = \upsilon\ t_1$

$B\Delta = \upsilon_\chi\ t_2$ ή $B\Delta = \frac{\upsilon}{2}\ t_2$

$\upsilon\ t_1 = \frac{\upsilon}{2}\ t_2$ ή $t_2 = 2\ t_1$

**ΘΕΜΑ Γ**

**Γ1.** Για την ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς το Ο ισχύει

θ. steiner $\quad I\rho(o) = Icm + M(\frac{l}{2})^2 = \frac{Ml^2}{3} = 0{,}18\ kgm^2$

Για την ροπή αδράνειας της μάζας m ως προς το Ο ισχύει

$I' = ml^2 = 0{,}27\ kgm^2$

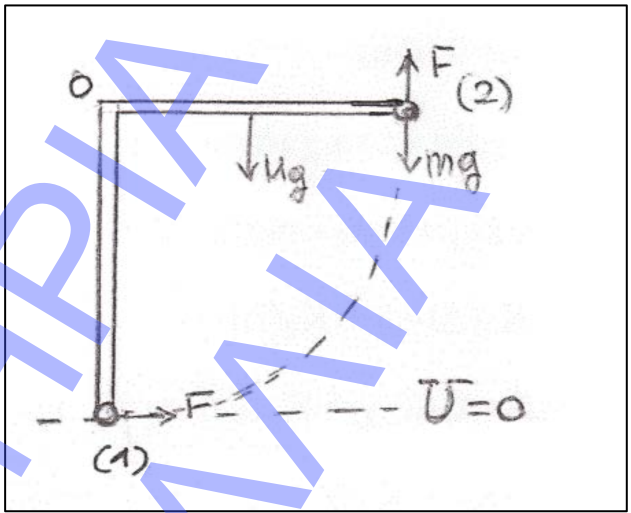
άρα η ροπή αδράνειας του συστήματος θα είναι

$I(o) = I\rho(o) + I' = \boxed{0{,}45\ kgm^2}$

**Γ2**. το έργο της δύναμης F είναι:

$W\tau_F = \tau_F\, \Delta\theta = F\, l\, \Delta\theta$ με $\Delta\theta = 90^o = \pi/2$ rad

άρα $W\tau_F = 18J$



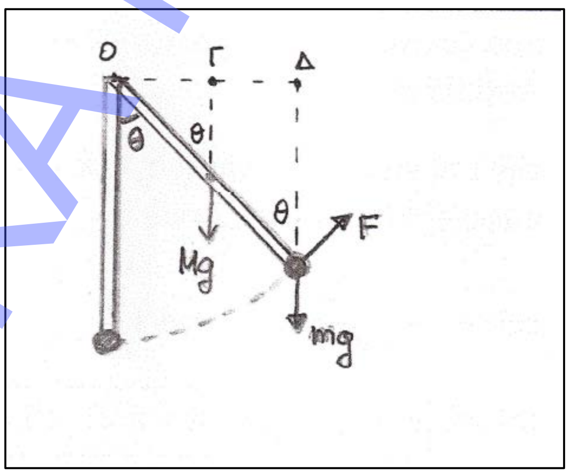

**Γ3.** Από το Θ.Μ.Κ.Ε. για τις θέσεις 1 και 2 έχουμε

$W_F + W_{B(\text{ράβδου})} + W_{B(m)} = K_2 - K_1$

$18 - \Delta U_{(\text{ραβ})} - \Delta U_{(m)} = K_2 - 0$

$18 - Mg\frac{l}{2} - mgl = \frac{1}{2}\ I(o)\ \omega_2$ και τελικά $\omega_2 = 0$

**Γ4**. Στη θέση όπου η κινητική ενέργεια γίνεται μέγιστη, η συνισταμένη των ροπών που ασκούνται στο σώμα είναι μηδέν




$\Sigma\tau(o) = 0$

$Fl = Mg(O\Gamma) + mg(O\Delta)$

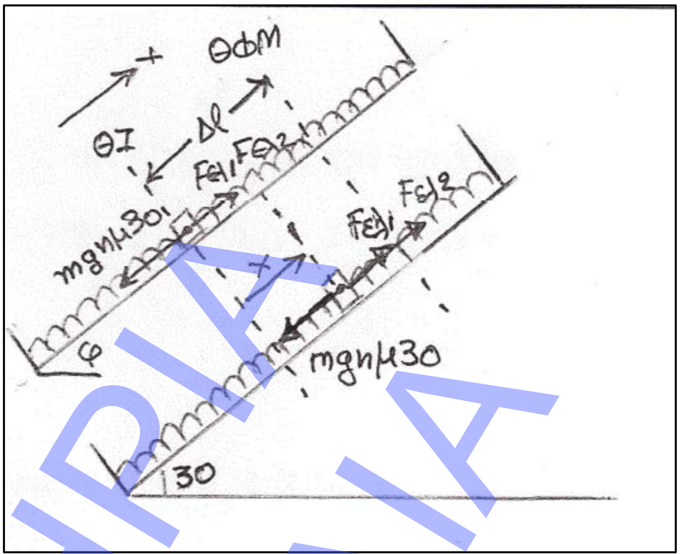
$Fl = Mg\frac{l}{2}\,\eta\mu\theta + mgl\eta\mu\theta$ , τελικά

$\eta\mu\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ή $\boxed{\theta = \pi/3 \text{ rad}}$

* Σημειώνεται ότι στην εκφώνηση υπήρχε η εξής ασάφεια: επειδή δεν αναφέρεται ότι κάποια στιγμή η F καταργείται ,αν αυτή δρα συνεχώς αποδεικνύεται ότι η ράβδος θα εκτελεί ανακυκλώσεις με ολοένα και αυξανομένη κινητική ενέργεια (λόγω του έργου της F) μέχρι αυτή να γίνει άπειρη.

Η παραπάνω απάντηση δίνει την μέγιστη κινητική ενέργεια , με την προϋπόθεση ότι η F καταργείται εγκαίρως μετά την οριζοντίωση της ράβδου , ώστε το σώμα να μην κάνει ανακύκλωση.

## ΘΕΜΑ Δ




**Δ1**. στη Θ.Ι. ισορροπίας ισχύει:

$mg\eta\mu 30 = K_1\Delta l + K_2\Delta l$ (1)

και $\Delta l = 0{,}05m$

Στη τυχαία θέση χ ισχύει

$\Sigma F = F\varepsilon\lambda_1 + F\varepsilon\lambda_2 - mg\eta\mu 30$

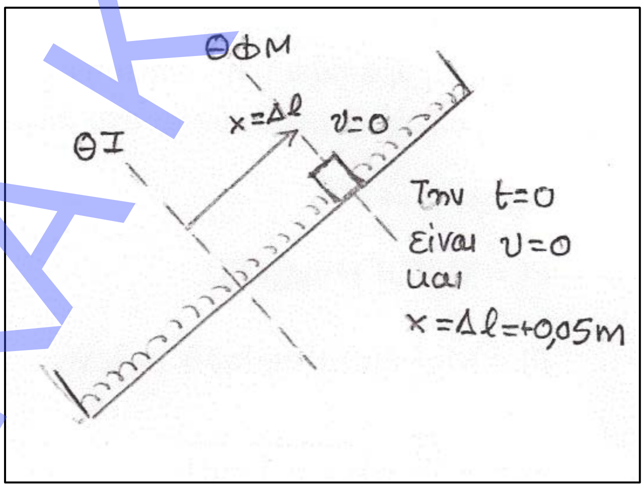
$\Sigma F = K_1(\Delta l-\chi) + K_2(\Delta l-\chi) - mg\eta\mu 30$

$\Sigma F = K_1\Delta l - K_1\chi + K_2\Delta l - K_2\chi - mg\eta\mu 30$ και από (1)

$\Sigma F = -(K_1 + K_2)\chi$

άρα εκτελεί ΑΑΤ με $D = K_1 + K_2 = 200$ N/m

**Δ2**. Την t=0 το σώμα βρίσκεται στη θέση $\chi = \Delta l = 0{,}05m$ με ταχύτητα u=0 (αφού αφήνεται)




άρα ξεκινά από θέση πλάτους και A=0,05 m

την t=0 είναι $+A = A\eta\mu(\omega t + \varphi o)$ ή $\eta\mu\varphi o = +1$ ή $\varphi o = \pi/2$ rad

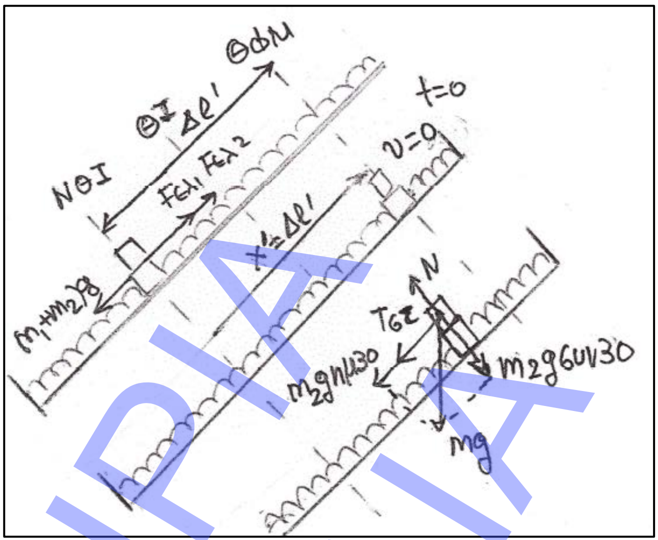
επίσης $\omega = \sqrt{\frac{D}{m1}} = 10$ rad/s

τελικά $\boxed{\chi = 0{,}05\eta\mu\,(10t + \pi/2)}$ (S.I.)

**Δ3**. είναι $D_2 = m_2\,\omega'$ και $\omega' = \sqrt{\frac{D}{m1+m2}} = 5$ rad/s

άρα $\boxed{D_2 = 150 \text{ N/m}}$

**Δ4.** σε τυχαία θέση της ταλάντωσης χ  για το σώμα 2 ισχύει




$\Sigma F_2 = T\sigma\tau - m_2 g\eta\mu 30$

$-D_{2x} = T\sigma\tau - m_2 g\eta\mu 30$

$T\sigma\tau = m_2 g\eta\mu 30 - D_{2x}$

$T\sigma\tau = 30 - 150\chi$ (2)

Την μεγαλύτερη στατική τριβή το σώμα $m_2$ τη δέχεται στη θέση $\chi = -A'$

Για το νέο πλάτος Α΄της ταλάντωσης του συσσωματώματος:

στη ΝΘΙ  ισχύει  $(m_1+m_2)g\eta\mu 30 = K_1\Delta l' + K_2\Delta l'$

και $\Delta l'=0{,}2m = A'$ διότι την στιγμή που αφήνεται η $m_2$ πάνω στην $m_1$ το συσσωμάτωμα θα είναι ακίνητο στη ΘΦΜ.

άρα  από τη (2) συνεπάγεται ότι η μεγαλύτερη στατική τριβή που θα δέχεται το $m_2$ θα είναι

$T\sigma\tau = 30 - 150(-0{,}2) = 60N$

και $T\sigma\tau \leq T\sigma\tau max$  ή  $60 \leq \mu N$  ή  $\mu \geq \dfrac{60}{m_2 g\sigma\upsilon\nu 30} = \dfrac{2\sqrt{3}}{3}$

και $\boxed{\mu_{min} = \dfrac{2\sqrt{3}}{3}}$