ΘΕΜΑ Α

Α1: Σωστό το γ

Α2: Σωστό το γ

Α3: Σωστό το δ

Α4: Σωστό το γ

Α5 Σωστό, Λάθος , Σωστό, Λάθος, Σωστό

ΘΕΜΑ Β

Β1 Σωστό το (ιι)

Την t_o η ολική ενεργεία του κυκλώματος είναι

$$\left.\begin{array}{l} E_o = Q^2/2C \quad (1) \\ \text{με} \quad C = Q/V_c \text{ ή } Q = C\,V_c \quad (2) \end{array}\right\} \quad \text{από (1) και (2) } E_o = \frac{1}{2} C\,V^2 = \frac{1}{2}\,20\;10^{-6}\;20^2 = 4\;10^{-3}\,J$$

Την t_1 το φορτίο του πυκνωτή είναι μηδέν ($q=0$) άρα η ένταση του ρεύματος είναι μέγιστη $I = 6A$.

Άρα η ολική ενέργεια του κυκλώματος θα είναι :

$$E_1 = LI^2/2 = \frac{\frac{1}{9}10^{-3}\;6^2}{2} = 2\;10^{-3}\,j$$

Η ενέργεια που χάθηκε από την t_o έως την t_1 είναι:

$$\Delta E = |E_1 - E_0| = 2\;10^{-3}\,j$$

Β2 Σωστό το (ιιι)

από την σχέση των συχνοτήτων και την θεμελιώδη εξίσωση της κυματικής :

$$\left.\begin{array}{l} f_2 = 3\,f_1 \\ u = \lambda_1 f_1 \\ u = \lambda_2 f_2 \end{array}\right\} \quad u/\lambda_2 = 3\,u/\lambda_1 \text{ ή } \lambda_1 = 3\,\lambda_2 \quad (1)$$

Για τυχαίο σημείο απόσβεσης πάνω στην ευθεία ΚΛ στη 2η περίπτωση ισχύει:

$$\left.\begin{array}{l} \chi_1 - \chi_2 = (2N + 1)\lambda_2/2 \\ \text{και } \chi_1 + \chi_2 = d = 2\lambda_1 = 2\,(3\lambda_2) = 6\,\lambda_2 \end{array}\right\} \quad \text{πρόσθεση κατά μέλη}$$

$2\chi_1 = (2N+1)\lambda_2/2 + 6\lambda_2$ ή $\chi_1 = (N/2 + 1/4 + 3)\,\lambda_2$ ή $\chi_1 = (N/2 + 13/4)\lambda_2$

Όμως $0 \le \chi_1 \le d$ ή $0 \le \chi_1 \le 6\lambda_2$ ή $0 \le (N/2 + 13/4)\lambda_2 \le 6\lambda_2$ ή $0 \le N/2 + 13/4 \le 6$ ή
$-6{,}5 \le N \le 5{,}5$

κι επειδή N ακέραιος N = -6 ,-5,-4,-3,-2,-1,0,1,2,3,4,5 άρα 12 υπερβολές.

Β3 Σωστό το (ιι)

ΑΔΣ κατά την κρούση

$L_{πριν} = L_{μετά}$

$I_1\, \omega_1 = (I_1 + I_1/4)\omega$ ή $\omega = 4/5\, \omega_1$

Άρα $L_1 = I_1\, \omega_1$ και $L_1{}' = I_1\, 4/5\omega_1 = 4/5\, L_1$

Έτσι $\Delta L = |L_1{}' - L_1| = 1/5 L_1$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1

κατά την κεντρική ελαστική κρούση

$\upsilon_1{}' = \frac{m1-m2}{m1+m2}\, \upsilon_1 = \frac{m1-2m1}{m1+2m1}\, \upsilon_1 = -1/3\upsilon_1$ ή $-\sqrt{10} = -1/3\, \upsilon_1$ ή $\upsilon_1 = 3\sqrt{10}m/s$

$\upsilon_2{}' = \frac{2m1}{m1+m2}\, \upsilon_1 = 2/3\, \upsilon_1$ ή $\upsilon_2{}' = 2\sqrt{10}m/s$

κατά την κίνηση του σώματος Σ_1 μέχρι την κρούση ισχύει το ΘΜΚΕ

$W_T = K_T - K_A$ ή $- T\, d = \frac{1}{2} m_1\, \upsilon_1{}^2 - \frac{1}{2} m_1\, \upsilon_0{}^2$

$- \mu\, N\, d = \frac{1}{2} m_1\, \upsilon_1{}^2 - \frac{1}{2} m_1\, \upsilon_0{}^2$

$-\mu m_1 g d = \frac{1}{2} m_1\, \upsilon_1{}^2 - \frac{1}{2} m_1\, \upsilon_0{}^2$

$-\mu g d = \frac{1}{2} \upsilon_1{}^2 - \frac{1}{2} \upsilon_0{}^2$

από όπου προκύπτει $\upsilon_0 = 10m/s$

Γ2

το ποσοστό που ζητείται είναι

$\pi\% = \frac{|\Delta K1|}{K1\pi\rho\iota\nu} 100\% = \frac{\frac{1}{2}m_1\, u_1^2 \;\; -\frac{1}{2}m_1\, \upsilon'^2_1}{\frac{1}{2}m_1\, u_1^2} 100\% = 8/9\ 100\% = 800/9\%$

Γ3 Το σώμα Σ1 εκτελεί επιβραδυνόμενη κίνηση προ τα πίσω

$\Sigma F = m_1 \alpha$ ή $-T = m_1 \alpha$ ή $-\mu m_1 g = m_1 \alpha$ ή $\alpha = -\mu g = -5\ m/s^2$

για την ταχύτητα ισχύει $\upsilon_{\tau\varepsilon\lambda} = \upsilon_1' + \alpha t_2$ ή $0 = \sqrt{10} - 5t_2$ ή $5t_2 = 3{,}2$ ή $t_2 = 0{,}64s$

Ομως με την ίδια επιβράδυνση κινήθηκε μέχρι να συγκρουστεί με το Σ_2

άρα $\upsilon_1 = \upsilon_0 + \alpha t_1$ ή $3\sqrt{10} = 10 - 5t_1$ ή $9{,}6 = 10 - 5t_1$ ή $5t_1 = 0{,}4$ ή $t_1 = 0{,}08s$

έτσι $t_{o\lambda} = t_1 + t_2 = 0{,}72\ s$

Γ4.

Λογω της ύπαρξης τριβής χρησιμοποιούμε το ΘΜΚΕ από την αρχή έως ότου να σταματήσει:

$W_T + W_{f\varepsilon\lambda} = K\tau - K\alpha$

$-T'\Delta\chi - \Delta U\varepsilon\lambda = 0 - 1/2\ m_2 u_2'^2$

$-\mu m2g\Delta\chi + 0 - 1/2K\Delta\chi^2 = -1/2\ m_2 u_2'^2$

$-10\Delta\chi - 105\Delta\chi^2 + 40 = 0$

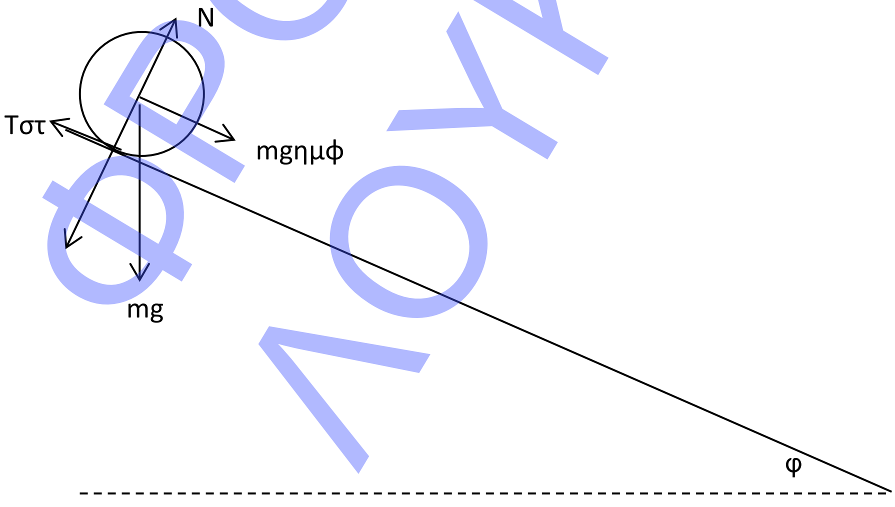
από την λύση της δευτεροβάθμιας

$\Delta\chi_1 < 0$ απορρίπτεται ή

$\Delta\chi_2 = 4/7\ m$ δεκτή

ΘΕΜΑ Δ

Δ1



Ισχύει : $\Sigma F = M\ \alpha_{cm}$

$M g ημφ - T_{στ} = M\, α_{cm}$ (1)

$Στ_{(cm)} = I_{cm}\, αγων$

$T_{στ}\, R = \frac{1}{2} M\, R^2\, α_{γων}$ (2)

λογω κύλισης χωρίς ολίσθηση $α_{cm} = α_{γων}\, R$ (3)

από (1) (2) και (3)

$αcm = \frac{2}{3} g\, ημφ$

Δ2

Για τη νέα ροπή αδράνειας θα ισχύει:

$I' = I_{(R)} - I_{(r)}$

$I' = \frac{1}{2} MR^2 - \frac{1}{2} m\, r^2$ (4)

όμως οι πυκνότητες των δυο κυλίνδρων είναι ισες

$$\left.\begin{aligned} ρ(R) &= \frac{M}{V} = \frac{M}{\pi R^2\, h} \\ ρ(R) &= \frac{m}{v} = \frac{m}{\pi r^2\, h} \end{aligned}\right\} \quad \frac{m}{\pi r^2\, h} = \frac{M}{\pi R^2\, h} \quad ή \quad m = \frac{r^2}{R^2} M \ (5)$$

Η (4) από την (5) γίνεται

$I' = \frac{1}{2} MR^2 \left(1 - \frac{r^4}{R^4}\right)$

Δ3

Με την επανατοποθέτηση του μικρού κυλίνδρου , αυτός συμμετέχει στην μεταφορική κίνηση όχι όμως και στην περιστροφική αφού λογά μη ύπαρξης τριβών δε περιστρέφεται.

Οι δυνάμεις που ασκούνται έχουν την ίδια μορφή με αυτή του σχήματος 1

Ισχύει : $ΣF = M\, α_{cm}'$

$M g ημφ - T_{στ} = M\, α_{cm}$ (1)

$Στ_{(cm)} = I'\, αγων'$

$T_{στ}\, R = \frac{1}{2} MR^2 \left(1 - \frac{r^4}{R^4}\right) α_{γων}'$ (2)

λογω κύλισης χωρίς ολίσθηση $α_{cm}' = α_{γων}'\, R$ (3)

από (1) (2) και (3)

$\alpha cm' = \frac{2g\eta\mu\varphi}{3 - \frac{r^4}{R^4}}$

Δ4

$$\left.\begin{array}{l} \text{Είναι } I' = \frac{1}{2} MR^2 \left(1 - \frac{r^4}{R^4}\right) \\ r = \frac{R}{2} \end{array}\right\} \quad I' = \frac{15}{32} MR^2 \quad (1)$$

$\frac{K\mu\varepsilon\tau}{K\sigma\tau\rho} = \frac{\frac{1}{2}Mu_{cm}^2}{\frac{1}{2}I'\omega^2}$ (2)

επίσης λογω κύλισης χ.ο . υcm = ω R (3)

Αρα η (2) λογω των (1) και (3) δίνει

$\frac{K\mu\varepsilon\tau}{K\sigma\tau\rho} = \frac{\frac{1}{2}Mu_{cm}^2}{\frac{1}{2}\frac{15}{32}MR^2\frac{ucm^2}{R^2}} = \frac{32}{15}$